

Representações mínimas de polítopos

João Gouveia¹, Pablo Parrilo², Richard Z. Robinson³, e Rekha Thomas³

¹Universidade de Coimbra

²Massachusetts Institute of Technology

³University of Washington

Email/s: jgouveia@mat.uc.pt, parrilo@mit.edu, r zr@uw.edu,
rrthomas@uw.edu

Resumo

Polítopos com muitas facetas podem muitas vezes ser escritos como projecções de objectos muito mais simples, por exemplo, de polítopos com muito menos facetas. Esta observação permite, por vezes, otimizar eficientemente sobre polítopos muito complicados, técnica que tem dado frutos em optimização combinatoria. Põe-se então a questão de, dado um polítopo, saber qual o conjunto mais simples do qual este é uma projecção.

Uma versão clássica deste pergunta é saber o mínimo de facetas de um polítopo que tenha como projecção um polítopo dado. Esta versão foi tratada por Yannakakis, que estabeleceu uma ligação surpreendente entre este problema geométrico e factorização não-negativa de matrizes. Nesta comunicação apresentaremos os resultados clássicos de Yannakakis e suas generalizações, que utilizaremos para determinar que polígonos e poliedros têm representações semidefinidas mínimas.

Relações entre fórmulas proposicionais mínimas e certificados de inadmissibilidade em programação semidefinida

Manuel Vieira¹ e Miguel Anjos²

¹Universidade Nova de Lisboa

²École Polytechnique de Montréal

Email/s: `mvcv@fct.unl.pt`, `miguel-f.anjos@polymtl.ca`

Resumo

É bem conhecido que se a relaxação em programação semidefinida (SDP) de uma instância de SAT (satisfação de fórmulas proposicionais) é inadmissível, então a instância SAT é inconsistente. Mais ainda, quando a relaxação SDP é inadmissível, nós podemos exibir uma prova na forma de certificado de inadmissibilidade SDP. É possível extrair informação sobre a instância SAT a partir do certificado SDP. Em particular, demonstramos como o certificado SDP pode fornecer informação sobre as fórmulas proposicionais inconsistentes mínimas.

Controlo óptimo de sistemas dinâmicos impulsionados por escoamentos de Couette

Teresa Grilo^{1,2}, Fernando Lobo Pereira¹, Sílvio M.A. Gama²

¹Instituto de Sistemas e Robótica, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto

²Centro de Matemática, Faculdade de Ciências, Universidade do Porto

E-mails: up090385013@alunos.fc.up.pt, flp@fe.up.pt, smgama@fc.up.pt

Resumo

Este trabalho consiste no desenvolvimento de uma estrutura matemática para a modelização, controlo e optimização de sistemas dinâmicos que evoluem através da interacção de EDO's e EDP's. Não se conhecem resultados de controlo óptimo para tais sistemas, e os que existem para sistemas com a dinâmica dada por EDP's foram desenvolvidos apenas para certas classes de problemas, [5]. Este quadro deve constituir uma base sólida para a concepção e controlo de novos sistemas de engenharia avançada para várias classes de aplicações importantes, algumas das quais abrangem planadores, [1,2] e peixes mecânicos, [3]. Este quadro pretende ultrapassar as dificuldades inerentes aos resultados disponíveis até ao momento, muitos dos quais baseados em heurísticas e abordagens que combinam um “misto” de resultados de sistemas de controlo para EDO's e técnicas numéricas.

A nossa abordagem consiste na obtenção de uma família de problemas robustos de controlo óptimo convencionais cujas dinâmicas convergem para as do sistema “híbrido” original, e na caracterização da solução como um certo limite das condições para os problemas aproximantes, [4,6].

Por agora, o esforço de investigação tem sido focado em obter informação através da aplicação de condições necessárias de optimalidade para sistemas de controlo conduzidos por escoamentos de Couette que podem ser facilmente reduzidos a problemas com a dinâmica dada apenas por EDO's. Em particular, o problema de tempo mínimo necessário para mover uma partícula entre dois dados pontos, sujeito a certas classes de fluxos simples, foi resolvido usando o princípio do máximo.

Bibliografia

- [1] N. Mahmoudian, J. Geisbert, C. Woolsey, Dynamics and control of underwater gliders I: Steady motions, VACAS, 2009.
- [2] N. Mahmoudian, C. Woolsey, Dynamics and control of underwater gliders II: Motion planning and control, VACAS, 2010.
- [3] Jindong Liu, Huosheng Hu, Biological inspiration: From carangiform fish to multi-joint robotic fish, Journal of Bionic Engineering, 2010.
- [4] L. S. Pontryagin, V. G. Boltyanskii, R. V. Gamkrelidze, E. F. Mishchenko, The Mathematical Theory of Optimal Processes, Interscience, 1962.
- [5] J. L. Lions, Optimal Control of Systems Governed by Partial Differential Equations, Springer, 1971.
- [6] F. Clarke, Yu Ledyev, R. J. Stern, P. R. Wolenski, Nonsmooth Analysis and Control Theory, Springer, 1998.

Uma generalização dos problemas da árvore e da floresta de Steiner com pesos nos vértices

Jorge Orestes¹ e Raul Brás²

¹ISA-UTL

²ISEG-UTL

E-mails: orestes@isa.utl.pt, rbras@iseg.utl.pt

Resumo

A fragmentação dos habitats das espécies é uma séria ameaça à sustentabilidade da biodiversidade. O desenvolvimento de métodos para a identificação de corredores *eficientes* entre habitats de cada uma de diferentes espécies é necessário e importante em Biologia da Conservação. O traçado de corredores deve ter em conta (i) que áreas apropriadas para a dispersão de uma espécie, podem ser barreiras para outras; e (ii) que há custos decorrentes de destinar áreas para conservação e, portanto, as áreas selecionadas para corredores devem ser de custo mínimo.

O problema pode ser descrito num grafo $G=(V,E)$, em que os vértices de V identificam as células (usualmente quadrículas de uma grelha) em que a região de estudo foi dividida, e que são consideradas adequadas para ações de conservação. As arestas de G definem adjacências entre pares de células (usualmente duas células são adjacentes se têm fronteira comum). Para cada espécie (ou grupo de espécies "similares", i.e., que partilham os mesmos habitats e áreas adequadas de dispersão) k , $k=1,\dots,m$, sejam T^k e V^k os conjuntos dos vértices que representam, respetivamente, os habitats e as células que podem ser usadas como locais de passagem para a espécie k . Assumimos que $T^k \subset V^k$, e chamamos k -barreiras às células correspondentes a vértices que não pertencem a V^k . Uma solução admissível do problema é um subconjunto de vértices que, para $k=1,\dots,m$, inclui um caminho entre cada par de vértices de T^k , que apenas utiliza vértices de V^k . Supomos que é dado um custo (não negativo) associado a cada vértice, que quantifica o encargo resultante de destinar a correspondente célula para conservação. O problema, que denotamos por MTLinkP, consiste em determinar uma solução admissível de custo mínimo (i.e., que minimiza a soma dos custos dos vértices).

MTLinkP é uma generalização das versões com custos nos vértices, dos problemas da árvore e da floresta de Steiner. Se $V=V^k$ e $m=1$ (i.e., apenas uma espécie sem barreiras), MTLinkP é o problema da árvore de Steiner com custos nos vértices. Se $V=V^k$, para $k=1,\dots,m>1$ (i.e., espécies distintas sem barreiras), MTLinkP é o problema da floresta de Steiner com custos nos vértices.

Apresentamos formulações de fluxos e de cortes inteiros para o MTLinkP, e três heurísticas concebidas propositadamente para ocorrências de grandes dimensões, que usualmente se colocam no contexto da conservação. Reportamos resultados de experiência computacional para avaliar tempos de computação e qualidade das soluções obtidas pelas heurísticas em dados reais e simulados.

Informação imprecisa na forma de conjuntos aproximativos - aplicação a otimização em redes

Marta Pascoal^{1,2} e Marisa Resende^{1,2}

¹Departamento de Matemática da FCTUC

²Instituto de Engenharia de Sistemas e Computadores – Coimbra

Email/s: marta@mat.uc.pt, marisacmresende@gmail.com

Resumo

A teoria dos conjuntos aproximativos (ou “rough sets”), proposta por Pawlak nas décadas de 80 e 90 [1, 2], apresenta uma forma de caracterizar e trabalhar diferentes tipos de informação, e baseia-se na permissão de serem conhecidos dados incompletos ou imprecisos, e por vezes incoerentes. De acordo com esta teoria os elementos de um dado universo são caracterizados por uma lista de atributos que, dada a incoerência, não permite distinguir os diferentes conjuntos com rigor. Tal incerteza pode ser reduzida por definição de classes de equivalência associadas a uma relação de indiscernibilidade, cujo objetivo é o de identificar elementos que não podem ser distinguidos com base nos atributos conhecidos.

Nesta apresentação fazemos uma breve introdução à teoria de conjuntos aproximativos e apresentamos uma aplicação destes conceitos a um problema de otimização em redes.

Referências

- [1] Z. Pawlak, Rough sets, *International Journal of Computer and Information Science*, 11:341–356, 1982.
- [2] Z. Pawlak, Rough sets, rough relations and rough functions, *Fundamenta Informaticæ*, 27:103–108, 1996.

Um algoritmo exacto e uma heurística geométrica para a obtenção de árvores de Steiner

Mário Jesus¹ e Paula Ribeiro¹

¹ CINTAL e DEC-ISE, Universidade do Algarve

E-mails: mjesus@ualg.pt, pribeiro@ualg.pt

Resumo

A resolução do problema Euclideano das árvores de Steiner é um problema de optimização combinatoria com aplicações em muitos domínios técnicos e classificado como NP-duro [1].

Existem distintas estratégias de resolução do problema, mas neste trabalho propõe-se a utilização de uma meta-heurística que imita o processo natural da evolução das espécies (Darwinismo) [3], [4] combinado com técnicas exactas no domínio geométrico para a obtenção de aproximações às soluções mínimas teóricas.

O hibridismo entre técnicas constitui uma alternativa sustentada para a obtenção de resultados melhorados em problemas NP-duros. Neste trabalho recorre-se ao algoritmo geométrico de Torriceli/Simpson [2] para determinar a localização de todos os pontos de Steiner de uma qualquer instância do problema. A construção de uma árvore de Steiner mínima passa pela eliminação selectiva de parte desses pontos, mediante a utilização de:

- i) indicadores estatísticos inseridos numa meta-heurística evolutiva; ou
- ii) um algoritmo *branch-and-cut* seguido de concatenação.

Pode-se encontrar aplicações para este problema em áreas tão diversas como o estabelecimento de sequências de ADN, no *design* VLSI de circuitos integrados, em redes, entre outros.

Bibliografia

- [1] M.R. Garey, R. L. Graham, D. S. Johnson, The complexity of computing Steiner minimal trees, ACM, 183-191, 1977.
- [2] F. K. Hwang, D. S. Richards, P. Winter, The Steiner tree problem, Annals of Discrete Mathematics, 53, North-Holland, 1992.
- [3] M. Jesus, Minimal Steiner Trees Using Genetic Algorithms, Tese Doutoral, Universidade de Sevilha, 2000.
- [4] D.M. Warme, P. Winter, M. Zachariasen, Exact algorithms for plane Steiner tree problems: A computational study, Advances in Steiner Trees, Combinatorial Optimization, Kluwer Academic Publishers, Volume 6, 2000.

Optimização sem derivadas aplicada à monitorização da integridade estrutural de resposta vibracional

P.J. Antunes¹, R.J. Guimarães¹, A.I.F. Vaz², e J.C. Viana¹

¹Critical Materials, S.A.

²Departamento de Produção e Sistemas, Universidade do Minho

Email/s: pjantunes@critical-materials.com,
rj-guimaraes@critical-materials.com, aivaz@dps.uminho.pt,
jviana@critical-materials.com

Resumo

A monitorização da integridade estrutural (MIE) de peças críticas assume um papel relevante nas mais diversas áreas da engenharia tais como a civil, aeronáutica e aeroespacial. Existem diversas técnicas de MIE que permitem concluir sobre a existência de dano estrutural. No entanto, a localização do dano e a sua severidade são variáveis mais difíceis de determinar.

Nesta palestra, apresenta-se uma nova abordagem baseada em técnicas de optimização. Este método é capaz de, simultaneamente, localizar, determinar o tipo de dano, e apresentar a sua severidade. A função objectivo considerada permite medir o ajuste entre dados simulados, em que se considera dano estrutural (obtidos através de modelos de elementos finitos), com dados observados da peça em serviço (com ou sem dano). Para modelos de peças a duas dimensões, consideram-se quatro variáveis espaciais e três variáveis referentes às propriedades do material. Devido ao processo de simulação envolvido, as derivadas da função objectivo não estão disponíveis e as avaliações da função objectivo são de cálculo pesado. Os resultados numéricos obtidos mostram que o problema de optimização considerado deve ser resolvido globalmente, para que a localização do dano e a sua severidade sejam correctamente determinados. Apresentam-se alguns resultados numéricos com o solver PSwarm que confirmam a viabilidade da abordagem proposta.

Carteiras de investimento eficientes de cardinalidade/média-variância

Rui Pedro Brito¹ e Luís Nunes Vicente¹

¹Universidade de Coimbra

Email/s: rpedro.brito@gmail.com, lnv@mat.uc.pt

Resumo

Sugerimos uma nova metodologia para lidar com a cardinalidade na selecção de carteiras de investimento, reformulando o modelo de optimização de Markowitz da média-variância sob a restrição de cardinalidade como um problema de optimização biobjectivo, permitindo ao investidor analisar o balanço eficiente entre a cardinalidade e a média-variância.

Investigação recente em optimização multiobjectivo sem derivadas permitiu-nos determinar rapidamente (dentro da amostra), de modo robusto, toda a fronteira de eficiência do problema biobjectivo de cardinalidade/média-variância, para os vários conjuntos de dados recolhidos no índice FTSE 100 e na colecção de referência de Fama/French.

Os resultados obtidos mostram a existência de várias carteiras de investimento na fronteira de eficiência de cardinalidade/média-variância que superam (fora da amostra) a estratégia dita ingénua, mantendo-se os custos de transacção relativamente reduzidos.

Representação proporcional – um problema de otimização inteira

Susana Fernandes^{1,2}

¹ Departamento de Matemática, FCT, Universidade do Algarve

² Centro de Estudos e de Desenvolvimento da Matemática no Ensino Superior

E-mails: sfer@ualg.pt

Resumo

A representação proporcional é uma aplicação da teoria da divisão proporcional no caso discreto, que por sua vez se inclui na teoria da partilha equilibrada. As aplicações mais famosas de representação proporcional referem-se a eleições parlamentares.

Seja (V) o número total de votos válidos de uma eleição, que se distribuem por (N) listas eleitorais, sendo (v_i) o número de votos na lista eleitoral (i). Seja (M) o número total de mandatos a distribuir pelas listas eleitorais, de acordo com a sua proporção de votos (v_i/V). A quota de mandatos no parlamento da lista eleitoral i será ($q_i = M \cdot v_i/V$), que em geral não é um número inteiro. Temos uma solução admissível para o problema ao determinar o número de mandatos m_i a atribuir a cada lista i , sendo os m_i inteiros não negativos tais que $\sum_{i=1}^N m_i = M$.

Qual será a forma mais justa de distribuir os M mandatos pelas N listas eleitorais, de acordo com a proporção de votos obtida por cada lista? O ideal será ter o número de mandatos atribuídos a cada lista eleitoral o mais perto possível da sua quota, o que poderá ser traduzido por $\text{Min} \sum_{i=1}^N |m_i - q_i|$. Poderemos pensar que o número de eleitores que cada mandato representa deveria ser igual para todas as listas, e igual à representatividade de cada mandato pensada na definição do número de mandatos no parlamento. Esta ideia poderá ser traduzida por $\text{Min} \sum_{i=1}^N m_i (v_i/m_i - V/M)^2$. Ou, analogamente poderemos pensar na desejável igualdade da proporção de mandatos por cada eleitor que poderá ser representada por $\text{Min} \sum_{i=1}^N v_i (m_i/v_i - M/V)^2$. Uma vez que o número de mandatos atribuídos a cada lista eleitoral não será exatamente igual à sua quota de mandatos, existirão listas favorecidas e listas desfavorecidas relativamente à sua quota. Poderemos pensar em minimizar o número de votos por mandato da lista mais desfavorecida, traduzido por $\text{Min} \text{Max} v_i/m_i$. Ou minimizar a proporção de mandatos por cada eleitor da lista mais favorecida, traduzido por $\text{Min} \text{Max} m_i/v_i$.

Nesta comunicação falaremos de alguns métodos tradicionais para a representação proporcional (Hamilton, Jefferson = D'Hondt, Adams, Webster = Sainte-Laguë, Huntington-Hill) e apresentaremos como as soluções dadas por estes métodos correspondem à otimização de uma função objectivo diferente, consequência de concepções distintas de traduzir matematicamente o que é mais justo.